Типовые динамические звенья

Обычно система управления состоит из отдельных блоков, каждый из которых описывается уравнениями низкого порядка (чаще всего – первого или второго). Передаточную функцию разбивают на простейшие сомножители

$$W(s) = W_1(s) * \ W_2(s) * \dots W_n(s)$$

Усилитель

Звенья, имеющие W(0) = k $\neq$ 0 называются позиционными. При действии на вход единичного ступенчатого сигнала l(t) на выходе будет такой же сигнал, усиленный в k раз. Поэтому переходная и импульсная характеристика звена –

h(t) = k (t >0) w(t) = k*δ(t)

Если на вход усилителя действует синусоидальный сигнал, на выходе он усиливается в k раз без изменения фазы, поэтому амплитудная и фазовая частотная характеристики не зависят от частоты входного сигнала: A(ω) = k, φ(ω) = 0.

(34)

Апериодическое звено

Одно из самых часто встречающихся звеньев – апериодическое, которое описывается дифференциальным уравнением

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k * x(t)$$

и имеет передаточную функцию

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

Здесь k – безразмерный коэффициент, а T > 0 – постоянная, которая называется постоянной времени звена. Постоянная времени – размерная величина, она измеряется в секундах и характеризует инерционность объекта, то есть скорость его реакции на изменение входного сигнала.

Колебательное звено

Колебательное звено – это звено второго порядка с передаточной функцией вида

$$W(s) = \frac{k}{b_2 s^2 + b_1 s \quad + 1}$$

знаменатель которой имеет комплексно-сопряженные корни (то есть, $b_1^2 - 4b_2 < 0$). Как известно из теории дифференциальных уравнений, свободное движение такой системы содержит гармонические составляющие (синус, косинус), что дает колебания выхода при изменении входного сигнала.

Интегрирующее звено

Простейший пример интегрирующего звена – ванна, в которую набирается вода. Входной сигнал – это поток воды через кран, выход системы – уровень воды в ванне. При поступлении воды уровень растет, система «накапливает» (интегрирует) входной сигнал.

Интегрирующее звено описывается уравнением

$$\frac{dy(t)}{dt} = k * x(t),$$

которому соответствует передаточная функция $W(s) = \frac{k}{s}$. Решение уравнения

$$y(t) = y(0) + k\int_0^t x(\tau)d\tau$$

Используя это решение для единичного скачка ($x(t) = 1$ при $t \geq 0$) при нулевых начальных условиях ($y(0) = 0$), получаем линейно возрастающую переходную характеристику:
$h(t) = k \cdot t$.

Для того, чтобы найти импульсную характеристику, вспомним, что интеграл от дельта функции на любом интервале, включающем $t = 0$, равен 1. Поэтому $w(t) = k$ (при $t \geq 0$).

Дифференцирующие звенья

Дифференцирующее звено дает на выходе производную входного сигнала. Уравнение идеального дифференцирующего звена $y(t) = k*dx(t)/dt$, его операторная запись $y(t) = k \cdot p\, x(t)$, а передаточная функция $W(s) = k \cdot s$.

Известно, что производная единичного ступенчатого сигнала $1(t)$ в точке $t = 0$ – это дельта-функция $\delta(t)$. Поэтому переходная и весовая функции дифференцирующего звена

$$h(t) = k*\delta(t), \qquad w(t) = k*d\delta/dt .$$

Это физически нереализуемые функции, так как дельта-функцию и ее производную, имеющие бесконечные значения, невозможно получить на реальном устройстве. Поэтому идеальное дифференцирующее относится к физически нереализуемым звеньям.

В технике не могут использоваться физически нереализуемые звенья. Поэтому важно рассмотреть аналогичное звено, которое выполняет дифференцирования низкочастотных сигналов и одновременно имеет ограниченное усиление на высоких частотах. Инерционное дифференцирующее звено описывается уравнением

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k * \frac{dx(t)}{dt}$$

и имеет передаточную функцию W(s) = k*s / (Ts+1). Фактически это последовательное соединение идеального дифференцирующего и апериодического звеньев.

Апериодическое звено добавляет инерционность: обладая свойствами фильтра низких частот, оно ограничивает усиление на высоких частотах. Поскольку передаточная функция имеет равные степени числителя и знаменателя, на высоких частотах (выше сопрягающей частоты $\omega = 1/T$) ЛАЧХ имеет нулевой наклон, поэтому неограниченного роста коэффициента усиления не происходит.

Запаздывание (40)

Запаздывание в системе просто сдвигает сигнал вправо на временной оси, не меняя его формы, то есть

$$y(t) = x(t - \tau).$$

Структурные схемы

Анализ систем управления

Требования

Что мы хотим от управления? Это зависит, прежде всего, от решаемой задачи. В задаче *стабилизации* наиболее важны свойства *установившегося* режима. Для *следящих* систем в первую очередь нужно обеспечить высокое качество переходных процессов при изменении задающего сигнала (*уставки*).

В целом можно выделить четыре основных требования:

- **точность** – в установившемся режиме система должна поддерживать заданное значение выхода системы, причем ошибка (разница между заданным и фактическим значением) не должна превышать допустимую;
- **устойчивость** – система должна оставаться устойчивой на всех режимах, не должна идти «вразнос» (корабль не должен идти по кругу при смене курса);
- **качество переходных процессов** – при смене заданного значения система должна переходить в нужное состояние по возможности быстро и плавно;

- **робастность** – система должна сохранять устойчивость и приемлемое качество даже в том случае, если динамика объекта и свойства внешних возмущений немного отличаются от тех, что использовались при проектировании.