

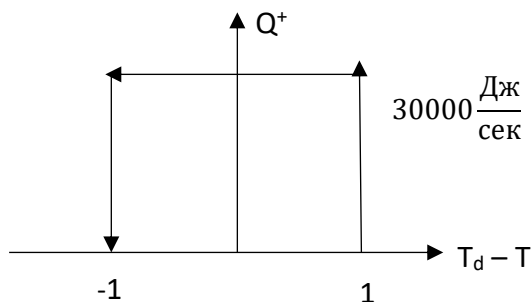
1. Система отопления объекта

Вернемся к задаче № 9 раздела «моделирование динамических систем». Система отопления некоторого объекта описывается уравнением

$$Q^+ - Q^- = 250 \, dT / dt, \quad (1.1)$$

где Q^+ - подвод тепла от нагревателя, Q^- - потери тепла в окружающую среду,

T – температура объекта.



Объект оборудован датчиком, который включает и выключает нагреватели в зависимости от разницы температуры объекта T и заданной температуры T_d так, чтобы разность составляла не более одного градуса. Включение нагревателя соответствует графику, представленному на рисунке. Пусть $Q^- = 500 \, T$, заданная температура $T_d = 25^\circ\text{C}$, а начальная температура объекта $T_0 = 10^\circ\text{C}$.

Ранее было получено решение задачи Коши для уравнения (1.1). Но непосредственное решение приводит к так называемому явлению «дребезга». Модернизируем решение используя средства SimInTech.

В наиболее упрощённом виде общее поведение системы отопления может быть описано при помощи следующего дифференциального уравнения:

$$C_p \frac{dT}{dt} = u \cdot Q^+ - K_T \cdot (T - T_0) \quad (1.2)$$

где: C_p - теплоёмкость системы ($C_p = 250$), u - управляющее воздействие (0 – выключено, 1 – включено), Q^+ – выделяемая мощность ($Q^+ = 30000$), K_T – коэффициент тепловых потерь при теплообмене объекта с окружающей средой ($K_T = 500$). Теплообмен пропорционален разности температур объекта и среды. Полагаем, что температура среды совпадает с начальной температурой объекта (T_0 – температура среды, T – температура объекта).

Данное дифференциальное уравнение может быть переформулировано к типовой форме:

$$\tau \cdot \frac{d\theta}{dt} = K \cdot u - \theta \quad (1.3)$$

где: $\theta = T - T_0$, $\tau = C_p / K_T$ - постоянная времени системы, $K = \frac{Q^+}{K_T}$ - коэффициент усиления системы. Введение новой переменной для температуры θ в уравнении (1.3) обусловлено необходимостью приведения начальных условий к нулевым значениям $\theta(t=0) = 0$. Переходя к изображениям в уравнении (1.3), для передаточной функции апериодического звена первого порядка $W(s)$, имеем:

$$W(s) = \frac{\{\text{Выход}\}}{\{\text{Вход}\}} = \frac{\theta}{u} = \frac{K}{\tau \cdot s + 1} \quad (1.4)$$

Как правило, для управления подобными системами используются регуляторы релейного типа, имеющие определённую зону гистерезиса. В релейных регуляторах сигналы во времени меняются скачкообразно. С использованием регулятора проект для системы управления отоплением объекта в схеме модели общего вида (Слой «Автоматика»)-

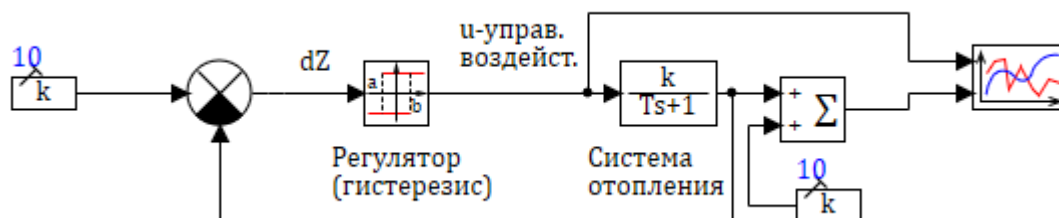


Рис. 1. Схема Системы отопления с использованием Регулятора

Скрин проекта:

// Обогрев объекта -250320

initialization

var

t_fin = 0.25, // Время моделирования, с

Cp = 250, // Теплоемкость Дж/град

Kt = 500, // Коэффициент теряемой мощности

Вт/град = Дж/(с*град)

Td = 25, // Заданная температура, град

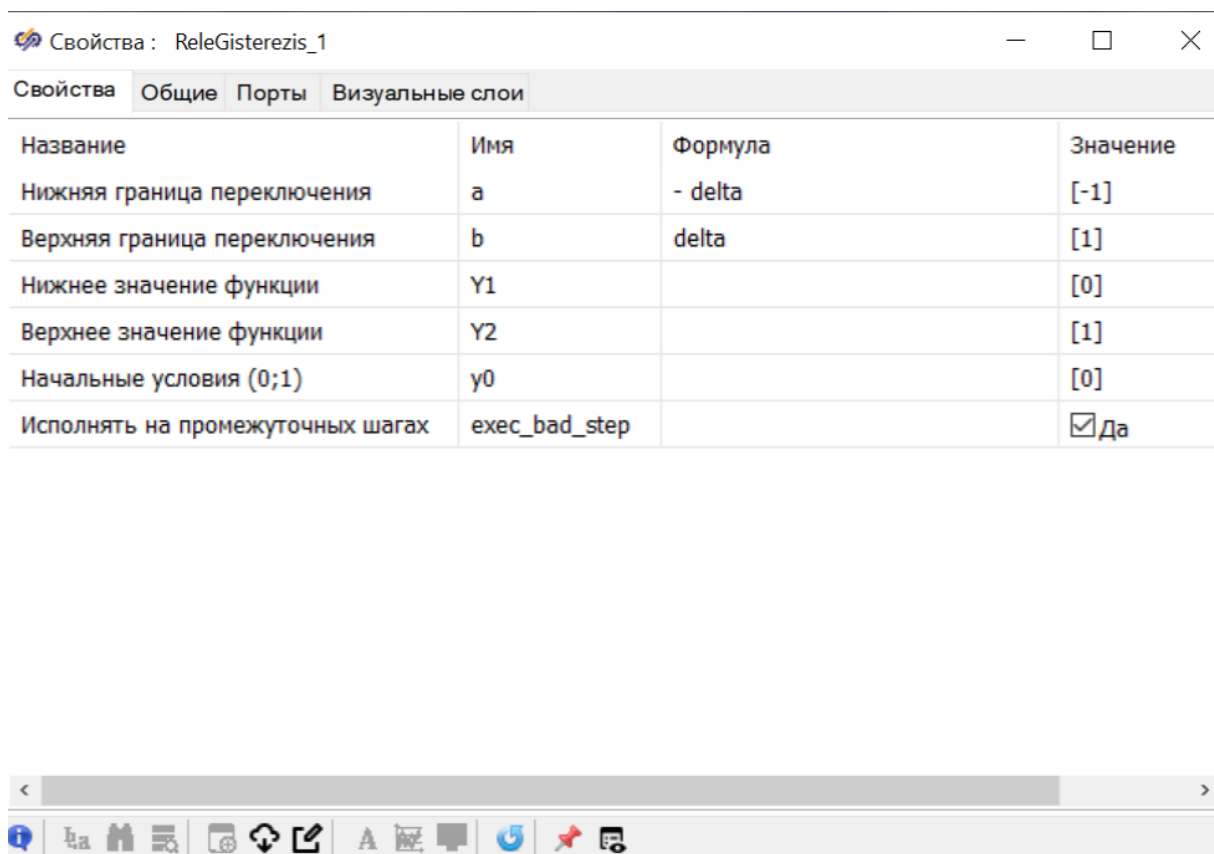
Qpl = 30000, // Выделяемая мощность, Вт = Дж/с

```

tay      = Cp/Kt,    // Характерное время, с
K        = Qpl/Kt,   // Коэф. усиления передаточной
           функции сис. отопления
delta    = 1,        // Гистерезис реле, град
T0       = 10;       // Начальная температура объекта, град
end;

```

Свойства блока «Релейное неоднозначное (гистерезис)» библиотеки «Нелинейные»



Свойства	Общие	Порты	Визуальные слои
Название	Имя	Формула	Значение
Нижняя граница переключения	a	- delta	[-1]
Верхняя граница переключения	b	delta	[1]
Нижнее значение функции	Y1		[0]
Верхнее значение функции	Y2		[1]
Начальные условия (0;1)	y0		[0]
Исполнять на промежуточных шагах	exec_bad_step		☒ Да

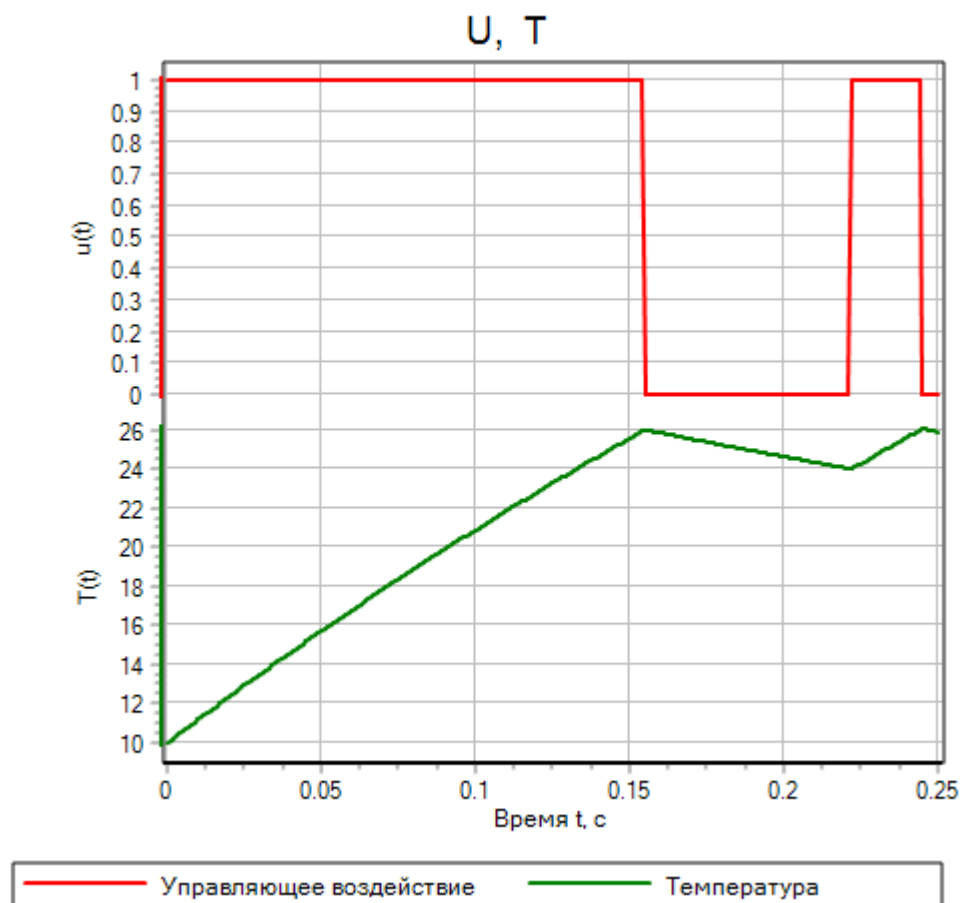
Свойства блока «Инерционное звено 1-го порядка» библиотеки «Динамические»

Свойства : InercZveno1_1

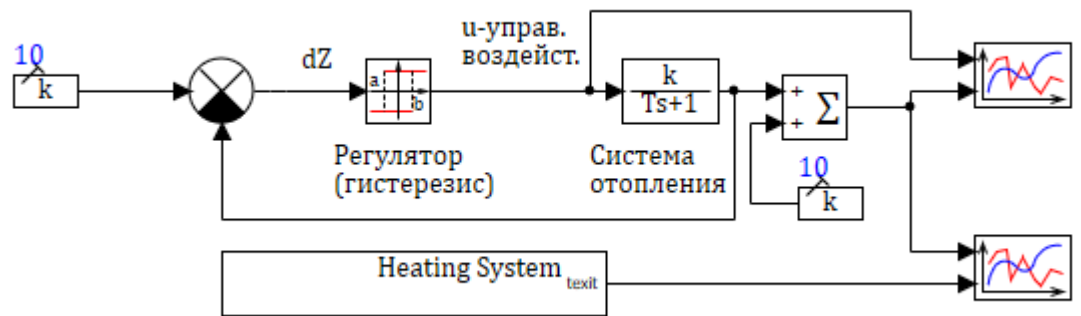
Свойства	Параметры	Общие	Порты	Визуальные слои
Название	Имя	Формула	Значение	
Коэффициенты усиления	k	K	[60]	
Постоянные времени	T	tau	[0.5]	
Начальные условия	x0		[0]	



Результаты моделирования –



Добавим к схеме проекта блок «Heating System» - решения задачи Коши.



Программа блока «Heating System» -

// Задача - моделирования системы отопления (250313)

output Texit; // Решение

init zT=T0;

var dQ, dQ_less;

dQ_less = $Kt \cdot (zT - T0)$;

if zT < Td then dQ = Qpl - dQ_less

else dQ = - dQ_less;

zT' = dQ/Cp;

if goodstep then begin Texit = zT end;

Результаты моделирования –

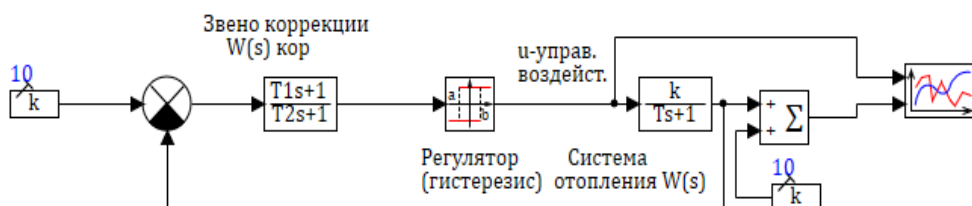


Если увеличить масштаб решения –



то видно, что от «дребезга» удалось избавиться. Но «пила», которая является следствием использования релейного регулятора, - осталась.

Для сглаживания «пила», то есть коррекции инерционности обычно используется метод частичной компенсации (использование корректирующего звена). Определяется эквивалентная передаточная функция, которая должна иметь тот же вид, что и передаточная функция исходной системы. При этом схема рисунка 1 преобразуется к виду:



Для коррекции исключается релейное звено с заменой его на усилительное. Требуется определить эквивалентную передаточную функцию вида:

$$W_{sum}(s) = \frac{K}{\tau_{кор} \cdot s + 1}$$

$\tau_{кор}$ - инерционность системы после коррекции. Эквивалентная передаточная функция заменяет последовательно соединенные звенья:

$$W_{sum}(s) = \frac{K}{\tau_{кор} \cdot s + 1} = W(s) * W_{кор}(s)$$

$$\frac{K}{\tau_{кор} \cdot s + 1} = \frac{K}{\tau \cdot s + 1} * W_{кор}(s)$$

Корректирующее звено –

$$W_{кор}(s) = \frac{\tau \cdot s + 1}{\tau_{кор} \cdot s + 1} \quad (1.5)$$

Чтобы определить параметры корректирующего звена, необходимо знать параметр – постоянную времени системы отопления. Для определения постоянной времени системы отопления необходимо идентифицировать систему, то есть по экспериментальным или расчётным данным вычислить коэффициенты её передаточной функции.

Вернемся к исходной задаче: нужно чтобы температура объекта отвечала заданной величине T_d . Известна мощность обогревателя Q^+ . С какой-то точностью можем измерить температуру и передать соответствующий сигнал в систему управления. Не забывая о возможных помехах. Поэтому идентификация параметров системы имеет весьма важное значение. При этом мы должны иметь в виду, что модель – это приближение к реальности, но не реальность.

Идентификацию системы удобнее всего делать при помощи оценки реакции системы на константное управляющее воздействие $u = 1$.

С целью идентификации системы обычно используется аналитическое решение уравнения (1.3), которое имеет вид –

$$\theta(t) = K \cdot u \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (1.6)$$

Замечания к решению (1.6):

Уравнение (1.3)

$$\tau \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = K \cdot u \quad (1.3)$$

– линейное дифференциальное уравнение первого порядка, которое может быть решено методом вариации произвольной постоянной. На первом шаге ищется решение однородного уравнения –

$$\tau \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = 0 \Rightarrow \theta = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.7)$$

На втором шаге, определяется функция $C(t)$. Для этого дифференцируем решение (1.7):

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{dC}{dt} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{C}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

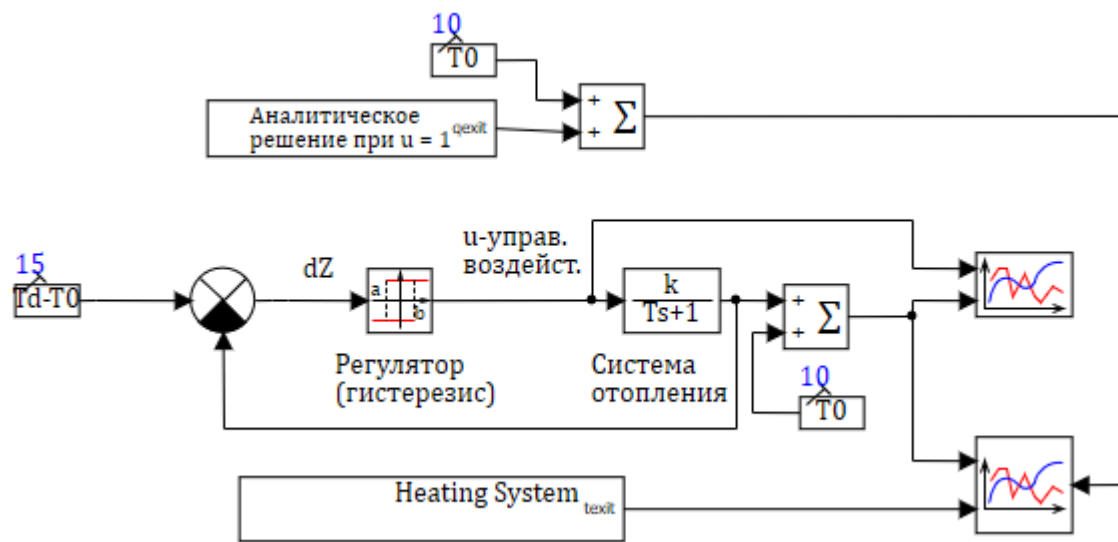
Подставляя в (1.3), приходим к уравнению относительно функции $C(t)$

$$\tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \frac{dC}{dt} = K \cdot u \rightarrow C(t) = K \cdot u \cdot e^{\frac{t}{\tau}} + \text{const}$$

Подставляя C в (1.7), определяем const из условия $\theta(t = 0) = 0 \Rightarrow \text{const} = -ku$. Приходим к решению (1.6).

Так как в дальнейшем температуру T в системе будем определять экспериментально, нужно иметь в виду, что $T = \theta + T_0$.

Для контроля аналитического решения дополним схему сравнения результатов

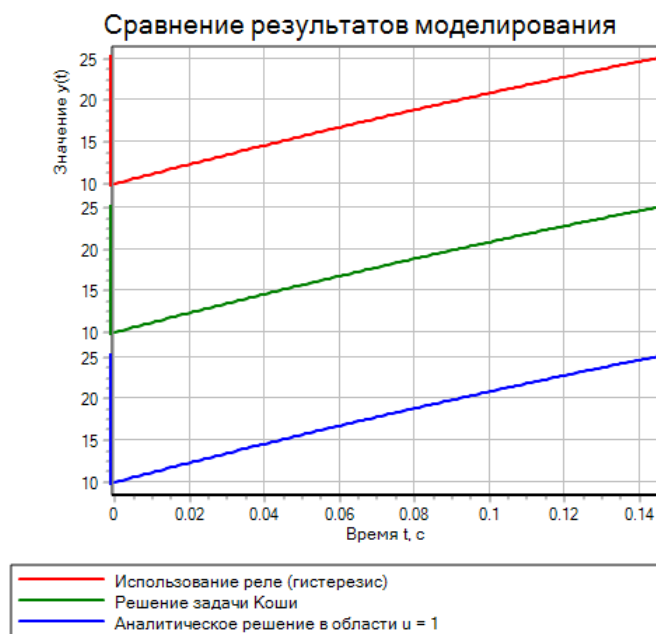


Программа блока «Аналитическое решение при $u = 1$ »

// Система отопления. Аналитическое решение 250331
output Qexit;

$Q = K \cdot (1 - \exp(-\text{time}/\tau))$;

if goodstep then begin Qexit = Q; end;



В области действия нагревателя результаты моделирования – совпадают.

Производная от функции (1.6)

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{K \cdot u}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.8)$$

Производную от температуры можно определить по измерениям температуры и времени в нескольких точках t_1, t_2 при $u = 1$. Используя (1.8), можно записать

$$\frac{\theta'(t_1)}{\theta'(t_2)} = e^{\frac{t_2 - t_1}{\tau}}$$

Из данного выражения постоянная времени системы τ вычисляется -

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln \left(\frac{\theta'(t_1)}{\theta'(t_2)} \right)} \quad (1.9)$$

Коэффициент усиления

$$K = \frac{\tau \cdot \theta'(t_2)}{u \cdot e^{-\frac{t_2}{\tau}}} \quad (1.10)$$

Учитывая, что $\theta = T - T_0$, для временного интервала t_d достижения заданной температуры T_d из (1.6) имеем $\theta(t_d) = K \cdot u \cdot (1 - e^{-\frac{t_d}{\tau}})$, откуда определяем t_d -

$$t_d = -\tau \cdot \ln \left(1 - \frac{T_d - T_0}{K \cdot u} \right) \quad (1.11)$$