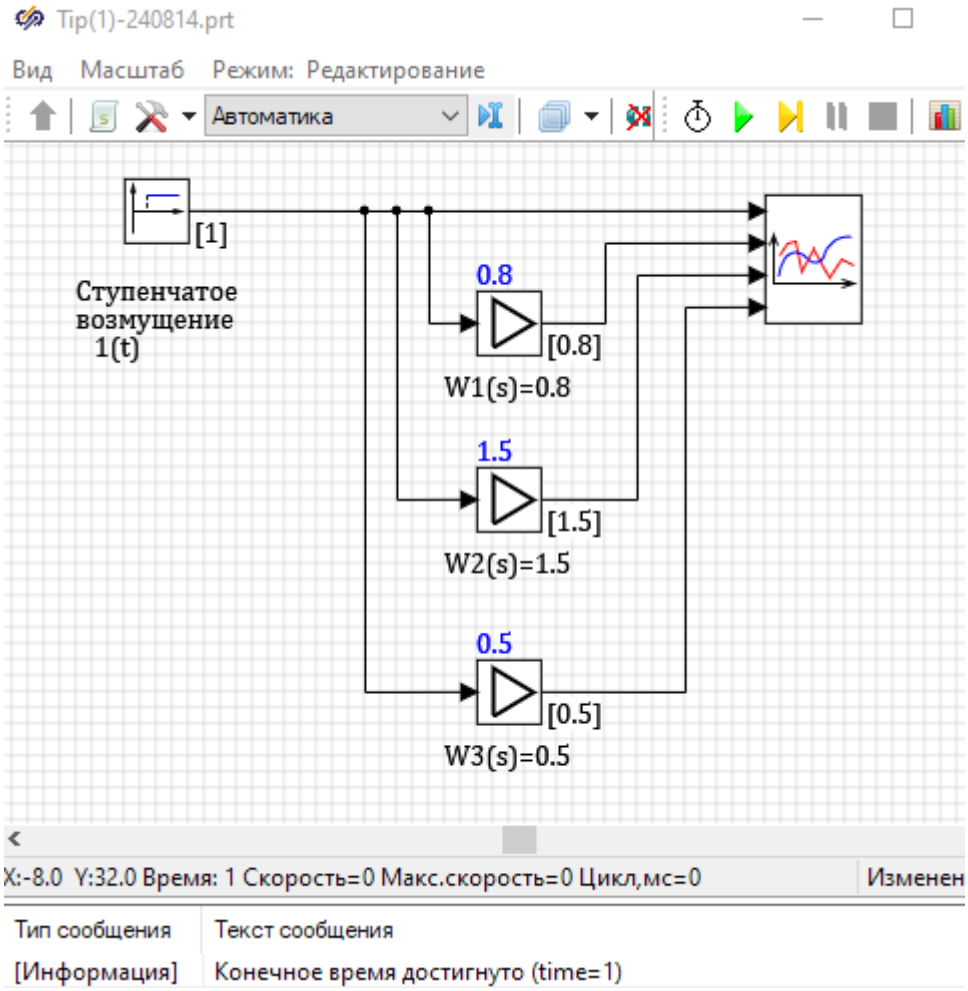
3.1. Моделирование типовых динамических звеньев

3.1.1. Усилительное звено

Структурная схема -



В свойствах блока «Ступенька» задано:

Время срабатывания 0.2

Начальное состояние 0

Конечное состояние 1

Результаты моделирования

3.1.2. Идеальное интегрирующее звено

Для интегрирующего звена выходная величина пропорциональна интегралу от входной величины

Уравнение динамики –

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} = K \cdot x(t) \quad \Rightarrow \quad T \cdot s \cdot Y(s) = K \cdot X(s)$$

Передаточная функция -

$$W(s) = \frac{K}{T \cdot s}$$

АФЧХ –

$$W(s) = \frac{K}{i \cdot T \cdot \omega}$$

$$W(i \cdot \omega) = -i \cdot \frac{K}{T \cdot \omega}$$

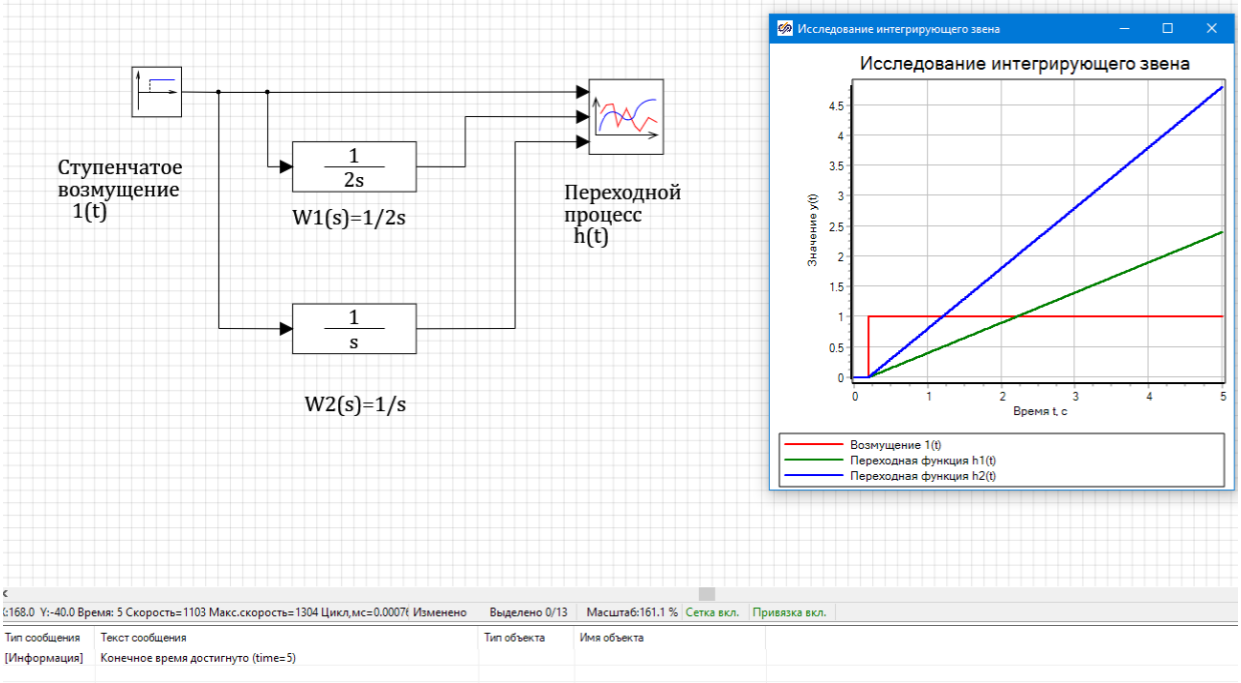
$$U(\omega) = 0$$

$$V(\omega) = -\frac{K}{T \cdot \omega}$$

Переходная функция интегрирующего звена –

$$h(t) = K \cdot t$$

Структурная схема и результаты исследования интегрирующего звена представлены на рисунке.



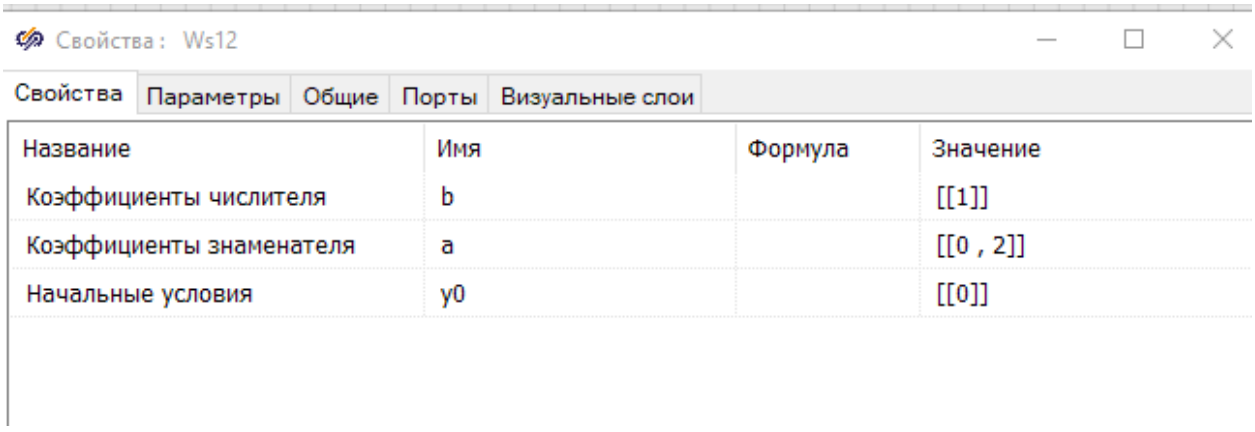
В свойствах блока «Ступенька» задано:

Время срабатывания 0.2

Начальное состояние 0

Конечное состояние 1

Настройка блока «Передаточная функция общего вида» библиотеки «Динамические»



Название	Имя	Формула	Значение
Коэффициенты числителя	b		[[1]]
Коэффициенты знаменателя	a		[[0 , 2]]
Начальные условия	y0		[[0]]

3.1.3. Апериодическое звено 1-го порядка

Для интегрирующего звена выходная величина пропорциональна интегралу от входной величины

Уравнение динамики –

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \cdot x(t) \;\; \Rightarrow \;\; T \cdot s \cdot Y(s) + Y(s) = K \cdot X(s)$$

Передаточная функция -

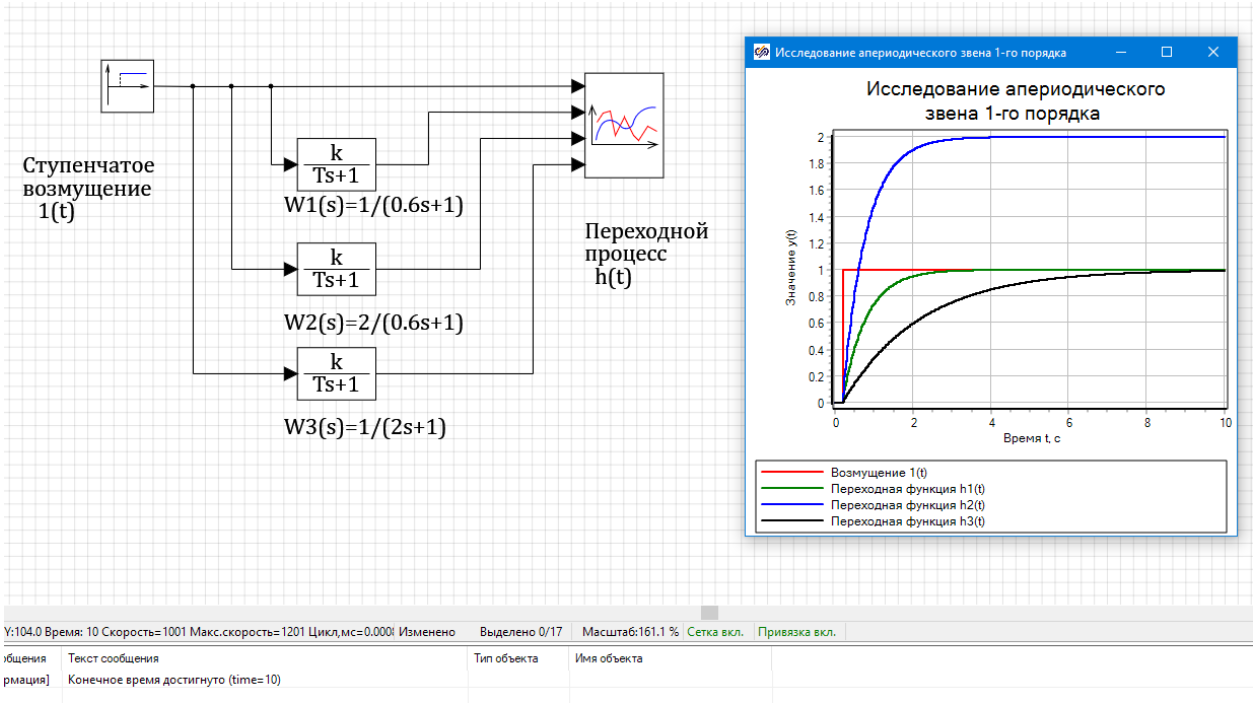
$$W(s) = \frac{K}{T \cdot s + 1}$$

Переходная и весовая функции апериодического звена 1-го порядка –

$$h(t) = K \cdot (1 - \exp\left(\frac{-t}{T}\right))$$

$$w(t) = \frac{k}{T} \cdot \exp\left(\frac{-t}{T}\right)$$

Расчетная схема и результаты исследования апериодического звена 1-го порядка представлены на рисунке.



В свойствах блока «Ступенька» задано:

Время срабатывания 0.2

Начальное состояние 0

Конечное состояние 1

Настройка блока «Инерционное звено 1-го порядка» библиотеки «Динамические»

Свойства : Aperiodika6

Свойства | Параметры | Общие | Порты | Визуальные слои

Название	Имя	Формула	Значение
Коэффициенты усиления	k		[1]
Постоянные времени	T		[0.6]
Начальные условия	x0		[0]

3.1.4. Динамические звенья 2-го порядка

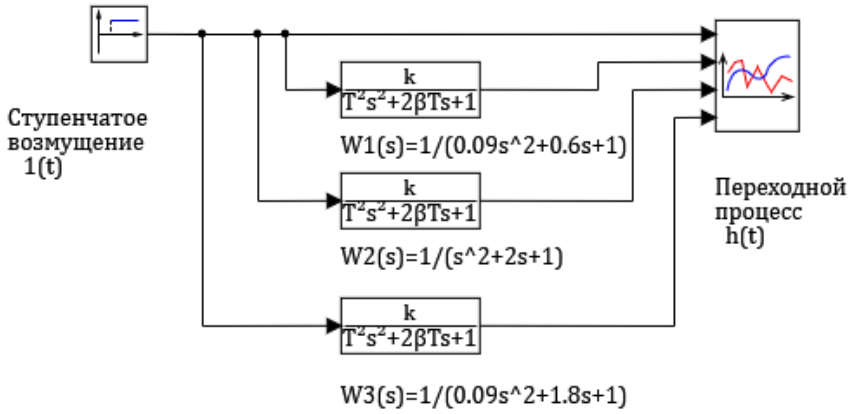
Передаточная функция звеньев 2-го порядка -

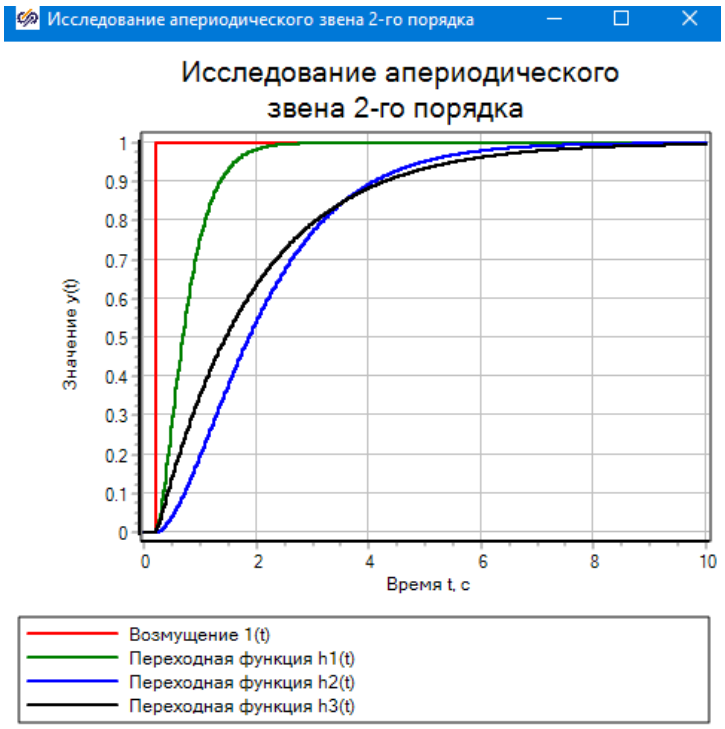
$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\beta T s + 1}$$

K – коэффициент усиления;
T – постоянная времени;
β – коэффициент демпфирования.
При
β >= 1 - апериодическое звено 2-го порядка;
0 < β < 1 - колебательное звено;
β = 0 - консервативное звено.

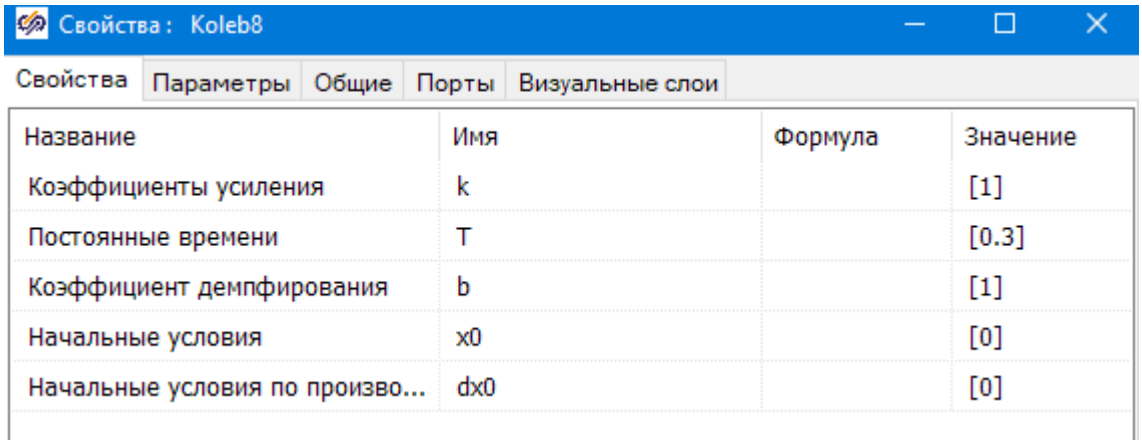
3.1.4.1. Апериодическое звено 2-го порядка

Расчетная схема и результаты исследования звена 2-го порядка представлены на рисунке.





Настройка блока «Апериодическое звено 2-го порядка» W1 библиотеки «Динамические»

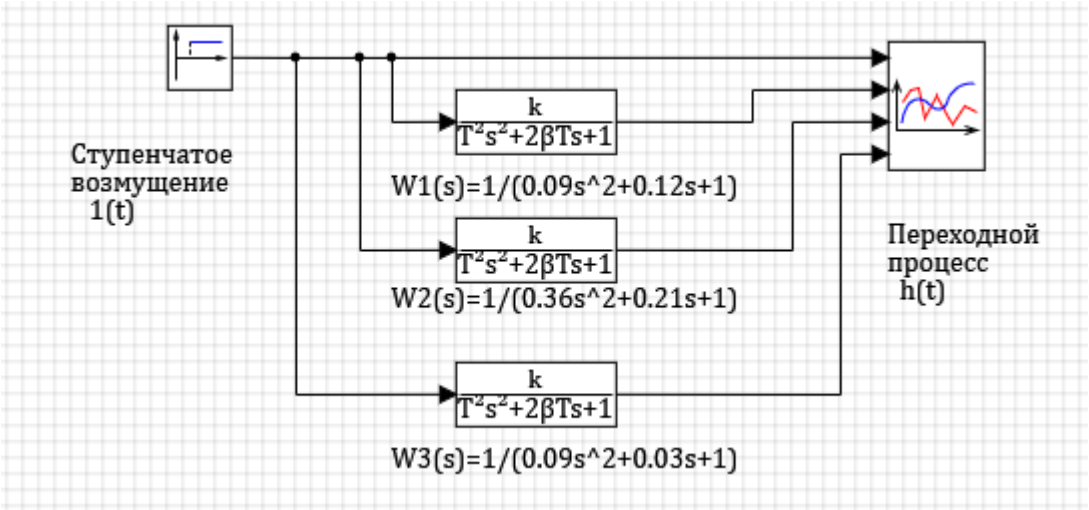


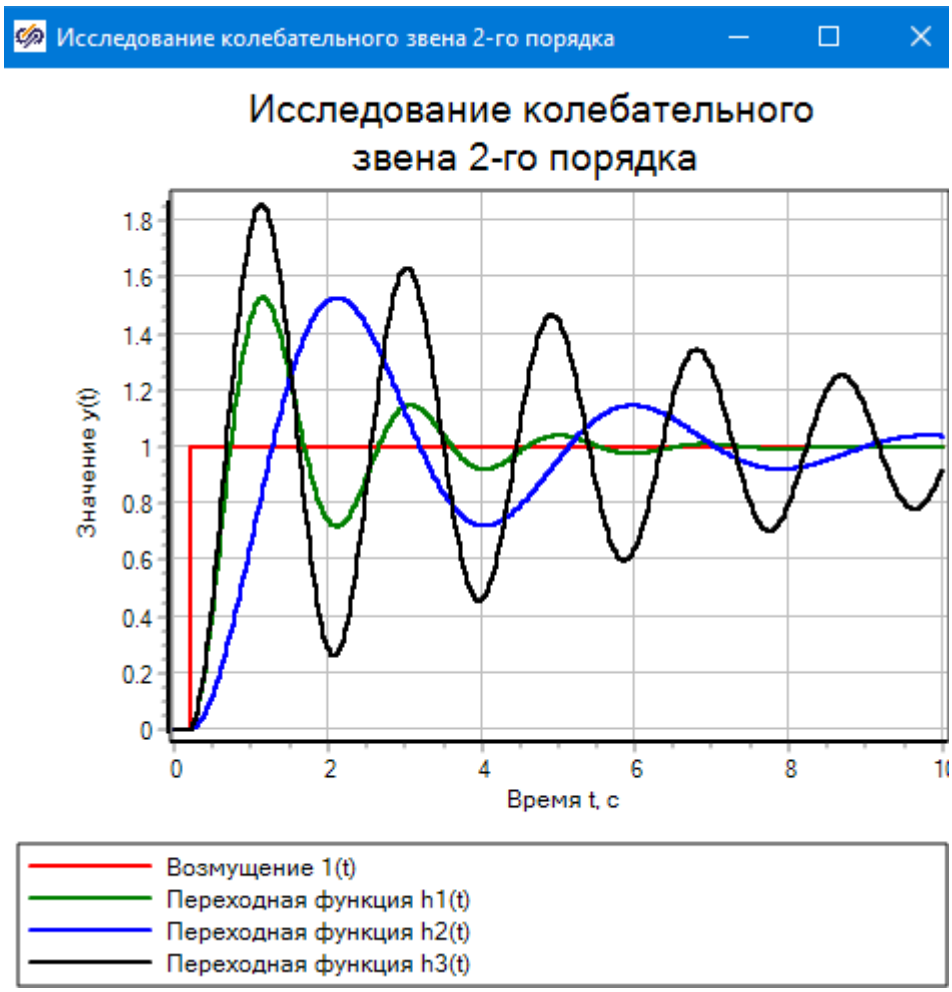
3.1.4.2. Колебательное звено

Настройки блоков «Апериодическое звено 2-го порядка» библиотеки «Динамические»

Название	Имя	W1	W2	W3
Коэффициент усиления	k	1	1	1
Постоянная времени	T	0.3	0.6	0.3
Коэффициент демпфирования	β	0.2	0.2	0.05
Начальные условия	x0	0	0	0
Начальные условия по производной	dx0	0	0	0

Расчетная схема -





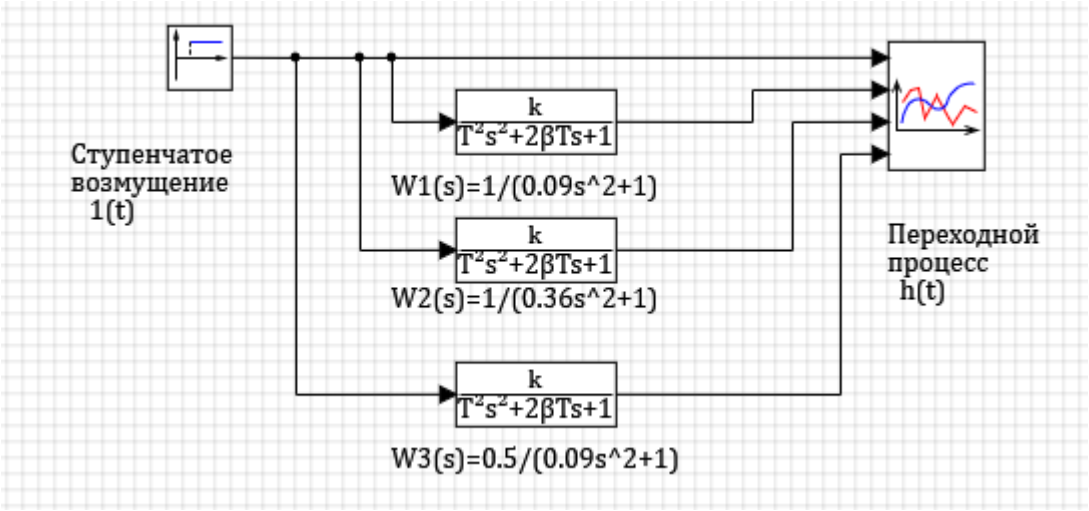
3.1.4.3. Консервативное звено

Настройки блоков «Апериодическое звено 2-го порядка» библиотеки «Динамические»

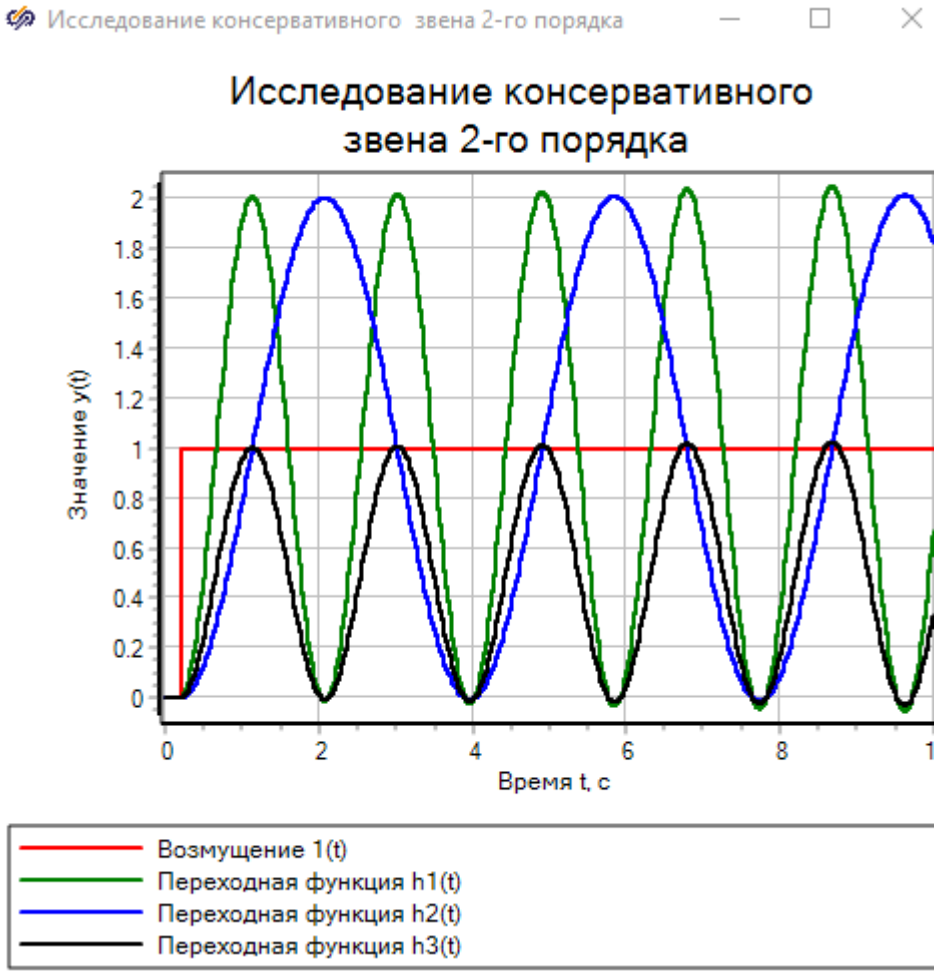
Название	Имя	W1	W2	W3
Коэффициент усиления	k	1	1	0.5

Постоянная времени	T	0.3	0.6	0.3
Коэффициент демпфирования	β	0	0	0
Начальные условия	x0	0	0	0
Начальные условия по производной	dx0	0	0	0

Расчетная схема для исследования консервативного звена -



Результаты исследования –



3.1.5. Звено запаздывания

- Уравнение звена y(t) = x(t-τ)

Выходная величина звена воспроизводит входной сигнал с отставанием во времени на величину запаздывания τ.

- Передаточная функция звена:

$$W_\tau(s) = k \cdot e^{-s\tau}.$$

Если коэффициент звена запаздывания равен единице (k=1), то такое звено получило название – звено чистого запаздывания.

- Переходная характеристика:

  y(t) = 1(t-τ)

- Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

$$W(i\omega) = e^{-i\tau\omega} = \cos(\omega\tau) - i\sin(\omega\tau)$$

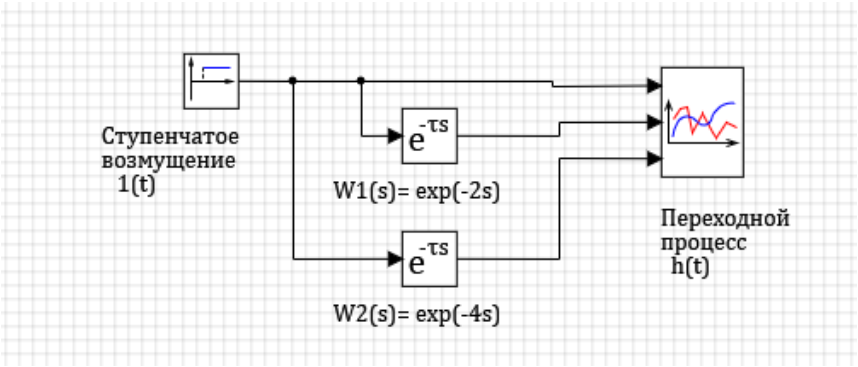
- Амплитудно-частотная характеристика:

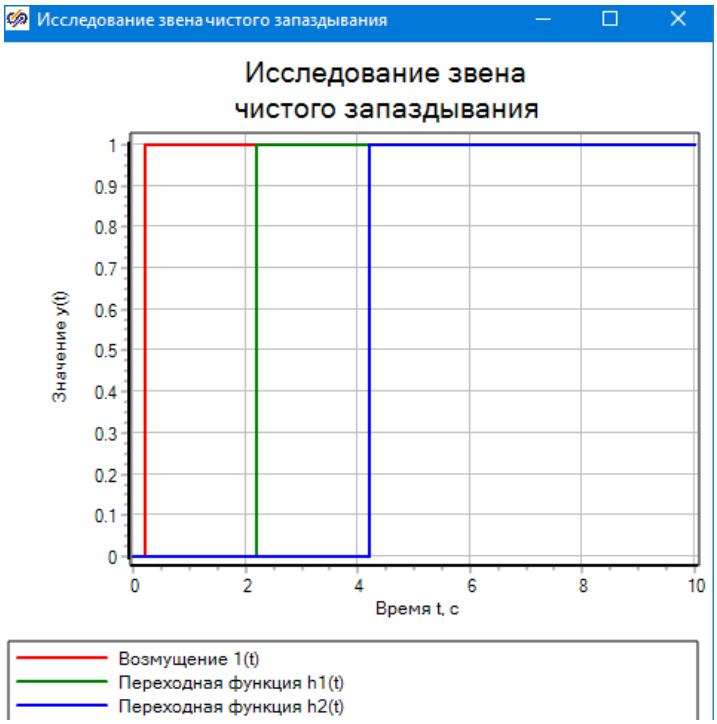
$$A(\omega) = |W(i\omega)| = 1$$

- Фазочастотная характеристика:

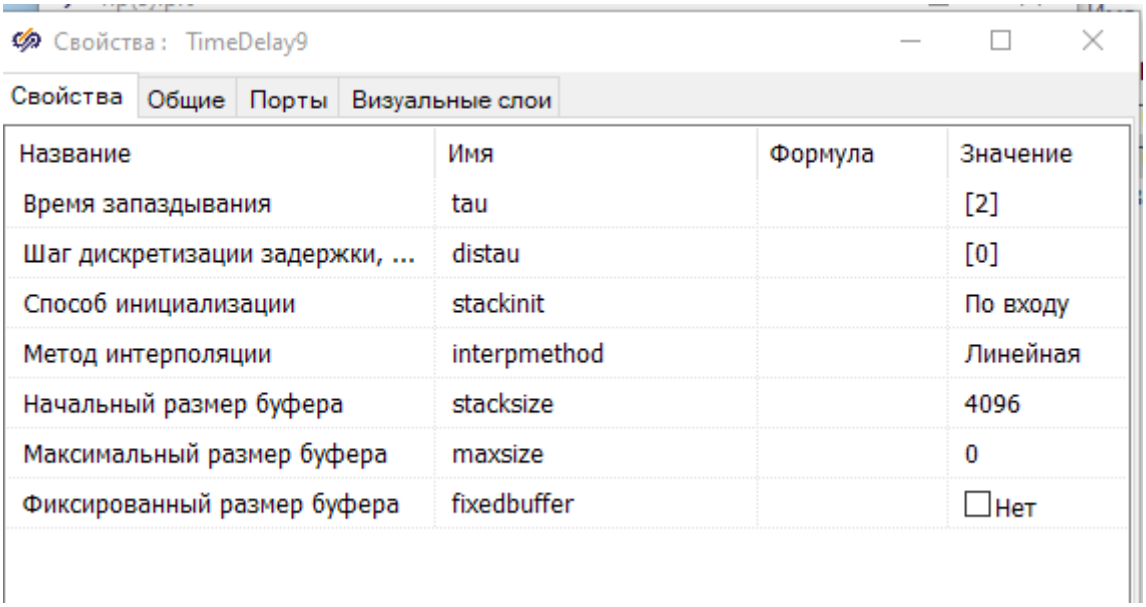
$$\varphi(\omega) = -\omega\tau$$

Расчетная схема и результаты исследования звена чистого запаздывания представлены на рисунках:





Настройка блока «Идеальное транспортное запаздывание» W1(s) библиотеки «Динамические» -



Название	Имя	Формула	Значение
Время запаздывания	tau		[2]
Шаг дискретизации задержки, ...	distau		[0]
Способ инициализации	stackinit		По входу
Метод интерполяции	interpmethod		Линейная
Начальный размер буфера	stacksize		4096
Максимальный размер буфера	maxsize		0
Фиксированный размер буфера	fixedbuffer		☐Нет

3.1.6. Исследование неустойчивых звеньев

Существуют звенья, у которых ограниченное изменение входной величины или возмущающего воздействия не вызывает прихода звена к новому установившемуся состоянию, а выходная величина имеет тенденцию неограниченного возрастания во времени. К таким звеньям относятся, например, звенья интегрирующего типа.

К неустойчивым звеньям относятся звенья, имеющие следующие передаточные функции:

$$\frac{K}{Ts-1};\quad \frac{K}{1-Ts};\quad \frac{K}{-1+2\beta Ts+T^2s^2};\quad \frac{K}{1+2\beta Ts-T^2s^2};\quad \frac{K}{s\cdot(Ts-1)}$$

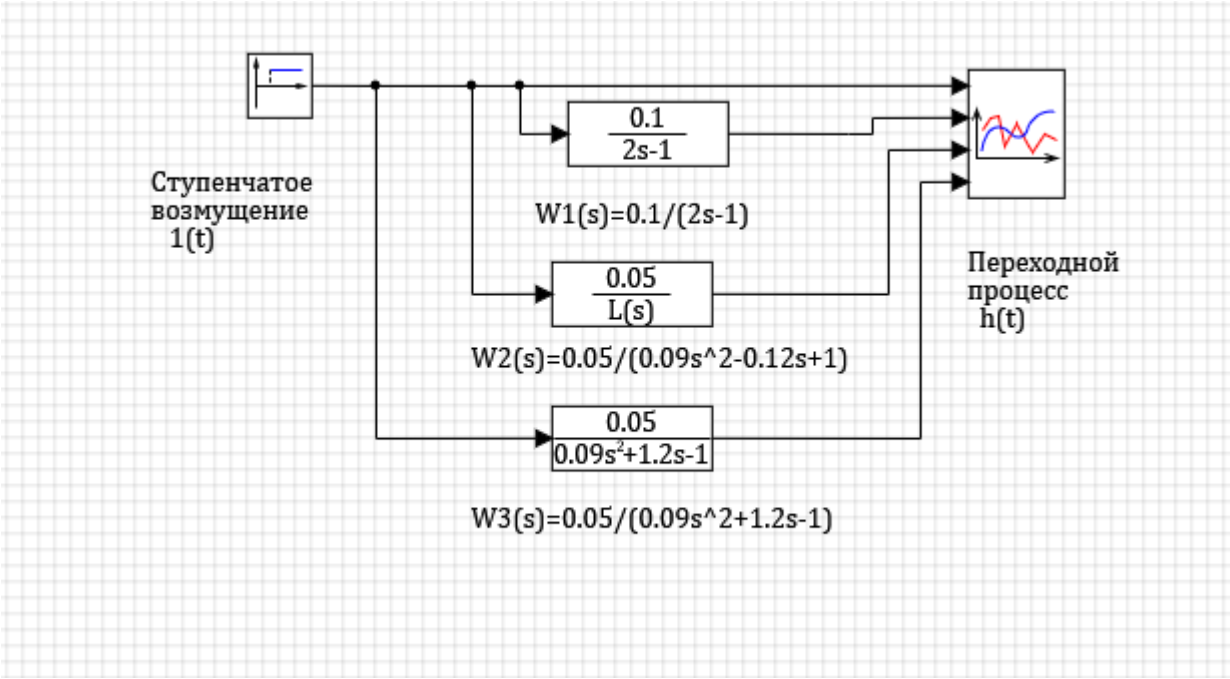
и т.д.

K – коэффициент усиления;

T – постоянная времени;

β – коэффициент демпфирования.

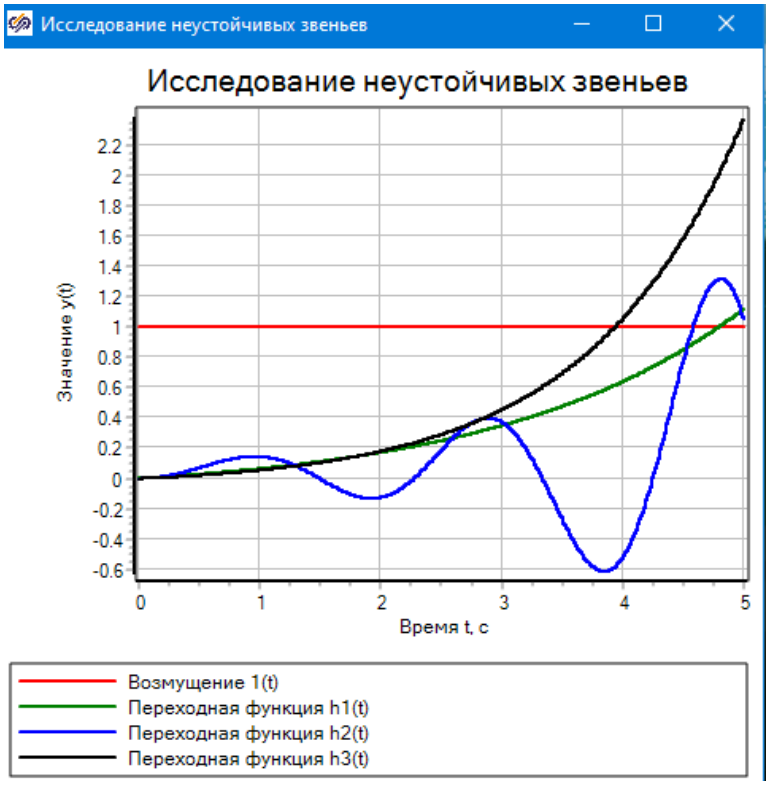
Расчетная схема для исследования неустойчивых звеньев представлена на рисунке –



Настройки блоков «Передаточная функция общего вида» библиотеки «Динамические»

Название	Имя	W1	W2	W3
Коэффициенты числителя	b	[[0.1]]	[[0.05]]	[[0.05]]
Коэффициенты знаменателя	a	[[-1 , 2]]	[[1, -0.12 , 0.09]]	[[-1, 1.2 , 0.09]]
Начальные условия по производной	y0	[[0]]	[[0]]	[[0]]

Результаты исследования неустойчивых звеньев на временных интервалах 5 с и 10 с представлены на рисунках:



3.1.7. Колебательное звено

Математическая модель звена –

$$T^2\frac{d^2y(t)}{dt^2}+2\cdot\beta\cdot T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=kx(t)$$

β – коэффициент демпфирования;
T – постоянная времени,
k – коэффициент усиления

При β > 1 свойства колебательного звена совпадают с аналогичными свойствами соответствующего апериодического звена 2-го порядка

При β = 0 звено выражается в консервативное, в котором могут существовать незатухающие гармонические колебания.

При 0 <= β <= 1 – колебательное звено.

При нулевых начальных условиях динамика блока «Колебательное звено» представляется передаточной функцией

$$W(s)=\frac{k}{T^2\cdot s^2+2T\beta\cdot s+1}$$

Для исследования колебательного звена возьмем электрический колебательный контур. Электрический колебательный контур отвечает математической модели звена. Действительно, согласно второму закону Кирхгофа для замкнутого контура, сумма Э.Д.С равна сумме напряжения на резистивных элементах контура.

$U_R + U_C = U_{вх} + \xi_L$ ➔ $R*I + U_C = U_{вх} - L*\frac{dI}{dt}$

Так как $I = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C*U_C)}{dt}$, то $R*C\frac{d(U_C)}{dt} + U_C = U_{вх} - L*C*\frac{d^2U_C}{dt^2}$

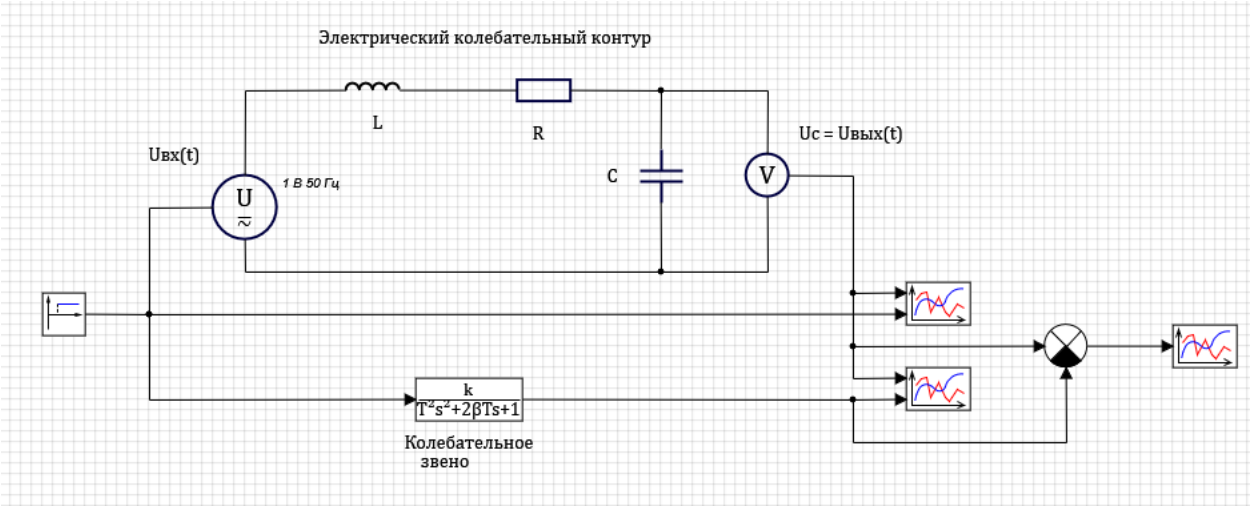
Записывая последнее уравнение в общепринятом виде:

$T^2\cdot y''(t) + 2\cdot\beta\cdot T\cdot y'(t) + y(t) = K\cdot x(t)$, где $T^2 = L\cdot C$; $\beta = R\cdot C/(2*T)$.

Переходя к изображениям, получаем передаточную функцию колебательного звена

$$W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{K}{T^2\cdot s^2+2\cdot\beta\cdot T\cdot s+1}$$

Модель контура в виде электрической схемы и в виде колебательного звена представлена на рисунке -



Сравним результаты, полученные в рамках электрического колебательного контура и колебательного звена.

Параметры электрической схемы заданы в виде общих сигналов проекта

Список сигналов проекта: E:\Document-20230801\A1-МодСистемУправления-2024(240904)\ЛаборатРаботы(240821)\ТиповДина...

№	Имя	Название	Тип данных	Режим	Формула	Значение	Способ расчёта
1	L	Индуктивность	Веществен...	Вход	L	2	Переменная
2	R	Сопротивление	Веществен...	Вход	R	10	Переменная
3	C	Емкость	Веществен...	Вход	C	4E-5	Переменная
4	U	Напряжение	Веществен...	Вход	U	**1**	Переменная

Общий скрипт проекта –

initialization

```
T=sqrt(L*C);
Betta = R*C/(2*T);
end;
```

Блоки:

Настройки блока «Источник напряжения» «ЭЦ – Динамика»:

Свойства : ac_U3

Свойства | Общие | Порты | Визуальные слои

Название	Имя	Формула	Значение
Амплитуда, В	Um		0
Фаза, эл.гр.	fi		0
Постоянная составляющая, В	Udc	U	1
Частота, Гц	f		50
Сопротивление источника			
Индуктивность, Гн	L		0.1
Активное сопротивление,...	R		1
Вид цепи сопротивления ...	TypeOfCircuit		нет
Дополнительные параметры			
Имя на схеме	sc_name		1 В 50 Гц
Внешний сигнал	U_in		☑ Да

Настройки блока «RLC-цепь» библиотеки «ЭЦ – Динамика»:

Свойства : Z8

Свойства | Параметры | Общие | Порты | Визуальные слои

Название	Имя	Формула	Значение
Основные параметры			
Вид цепи	Type		L
Сопротивление, Ом	R_		[0]
Сопротивление, Ом	R	self.R_*self...	[0]
Ёмкость, Ф	C		[0]
Индуктивность, Гн	L	L	[2]
Дополнительные параметры			
Параметры задаваемые из п...	in_ports		
Kr	Kr		0
Тип элемента цепи	el_type		RL
Сопротивление шунта, Ом	R_sh	self.R_	[0]
Сопротивление конденсатор...	R_c		[0]
Мнимое сопротивление, Ом	R_im		[0]
Источник тока, А	Isrc		[0]
Мнимый источник тока, А	Isrc_im		[0]
Напряжение	U		[0]
Мнимое напряжение, В	U_im		[0]
Начальные условия			
Начальный ток индуктивн...	IL_0		[0]
Начальное напряжение к...	UC_0		[0]

Настройка блока «Колебательное звено» библиотеки «Динамические»

Свойства : Koleb9

Свойства | Параметры | Общие | Порты | Визуальные слои

Название	Имя	Формула	Значение
Постоянные времени	T	T	[0.00894427191]
Коэффициент демпфирования	b	Betta	[0.02236067977]
Начальные условия	x0		[0]
Начальные условия по произво...	dx0		[0]
Коэффициенты усиления	k		[1]

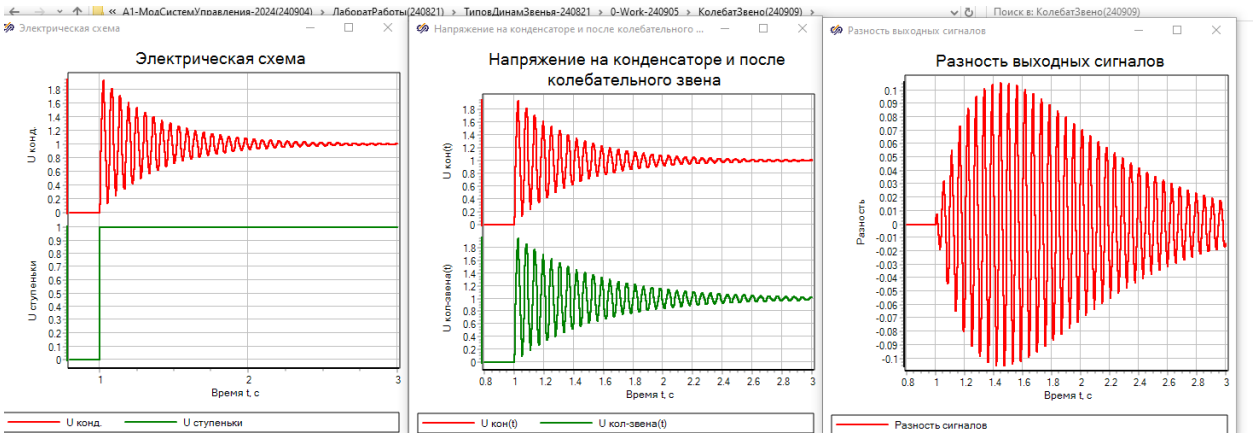
Параметры расчета -

Параметры проекта: E:\Document-20230801\A1-МодСистемУправления-2024(240904)\ЛаборатРаботы(240821)\ТиповДинамЗвенья-240821\0-Work-2...

Параметры расчёта | Управление расчётом | Настройки проекта

Название	Имя	Формула	Значение
Основные параметры			
Минимальный шаг	hmin		0.0001
Максимальный шаг	hmax		0.0001
Шаг синхронизации задачи в пакете	synstep		0
Режим параллельного выполнения в пакете	serial_mode		Параллельный
Начальный шаг интегрирования (если 0 - выбирается автоматически)	startstep		0
Метод интегрирования	intmet		Эйлера
Начальное время расчёта	starttime		0.8
Конечное время расчёта	endtime	15*L/R	3
Относительная ошибка	relerr		0.0001
Абсолютная ошибка	abserr		1E-6
Относительная ошибка сравнения времени для дискретных блоков и источников	time_rel_error		1E-12
Начальное значение неинициализированных выходов блоков	InitOutputsValue		0
Генерация кода			
Управление расчётом			
Настройки решения НАУ			
Визуализация данных			
Удалённая отладка кода			
Сортировка блоков			
Тонкие настройки решения СЛАУ			
Тонкие настройки решения НАУ			
Электрические схемы			

Результаты



3.1.8. Инерционно-дифференцирующее звено

Сравним модель в виде расчетной электрической схемы и в виде стандартного блока «инерционно-дифференцирующего звена» -

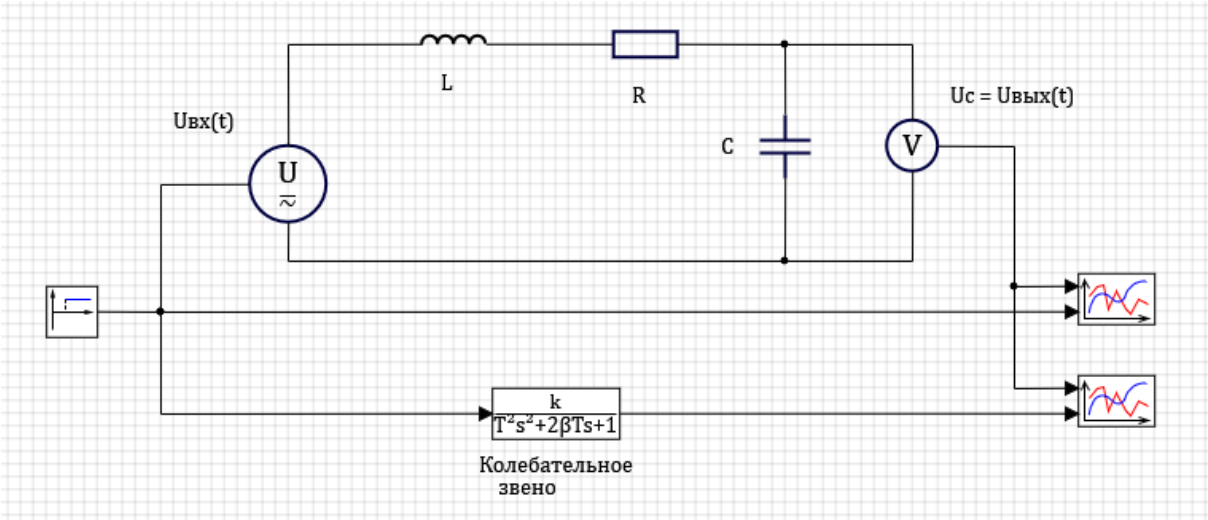
Блоки

«Гармонический анализатор» в библиотеке «Анализ и оптимизация»

«Построение частотных характеристик» в библиотеке «Анализ и оптимизация»

«Инерционно-дифференцирующее звено» в библиотеке «Динамические»

«Фазовый портрет» в библиотеке «Вывод данных»

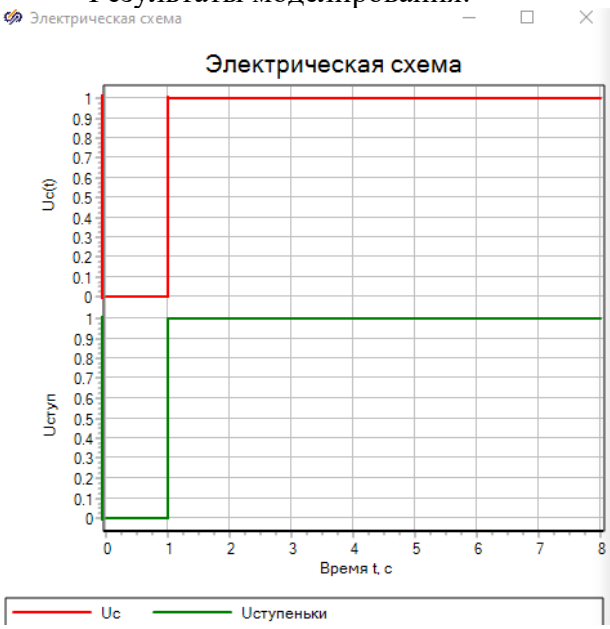
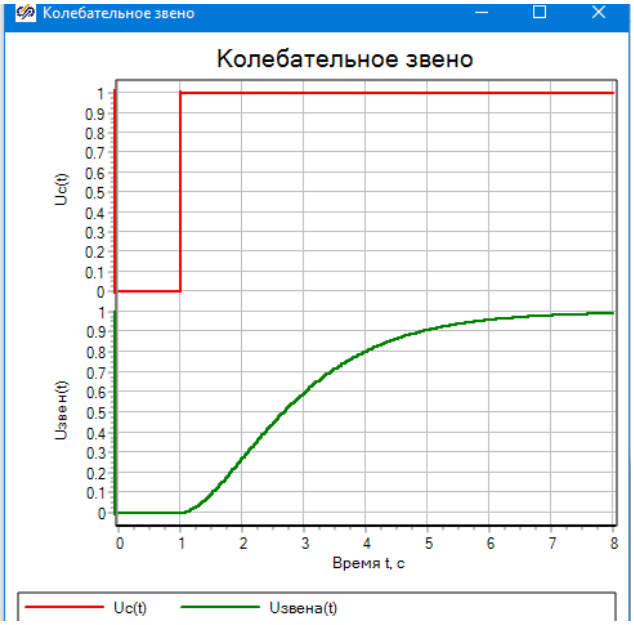


Параметры электрической схемы заданы в виде общих сигналов проекта

Список сигналов проекта: E:\Document-20230801\A1-МодСистемУправления-2024(240703)\ЛаборатРаботы(240821)\ТиповДинам...

№	Имя	Название	Тип данных	Режим	Формула	Значение	Способ расчёта
1	L	Индуктивность	Веществен...	Вход		2	Переменная
2	R	Сопротивление	Веществен...	Вход		10	Переменная
3	C	Емкость	Веществен...	Вход		4E-5	Переменная

Общий скрипт проекта -

```
initialization
T=sqrt(L*C);
Betta = R*C/(2*T);
end;
```

Результаты моделирования: