

Методы математического моделирования и управления

1. О курсе «Методы математического моделирования и управления»

Курс «Методы математического моделирования и управления» ориентирован на решение технических задач. Из всей совокупности технических задач в данном курсе взят ориентир на решение задач управления техническими комплексами. В частности, ориентир взят на создание автоматических систем управления робототехническими комплексами.

Путь к решению задачи проходит через создание моделей объекта управления, моделей управления и т.д. При построении моделей должен соблюдаться принцип «ничего лишнего», то есть модель должна быть максимально простой, но при этом отражать характерные особенности объекта. Конечно, со сложностью объекта управления и требований к управлению возрастает сложность моделей и систем управления. Если вернуться к созданию автоматических систем управления, например, созданию автоматических систем управления беспилотными летательными аппаратами (БПЛА), то следует выделить четыре фундаментальные области, которые лежат в основе современных автоматических систем управления и регулирования (АСУиР):

1. Искусственный интеллект управления(математика ИИ);
2. Электроника, схемотехника, программирование микроконтроллеров;
3. Теория автоматического управления и регулирования (ТАУ);
4. Информационные технологии.



Для построения АСУиР требуются знания во многих областях. Интеграция знаний в указанных областях, в принципе, позволяет ставить

вопрос об обеспечении автономного полета БПЛА. Поэтому построить систему автоматического управления может коллектив, владеющий многими навыками. В данном курсе упор делается на ТАУ. Другие составляющие АСУиР изучаются в соответствующих курсах.

Курс рассчитан на ~ 320 часов, из которых ~ 2/3 – самостоятельная работа. Курс состоит из двух частей: первая часть – построение и исследование моделей объектов (в основном, технических объектов). Упор делается на динамические системы, то есть математические модели содержат производные по времени (состояние системы изменяется во времени). Задача первой части курса – методом математического моделирования определить, как изменится состояние системы при изменении внешних условий. Обычно внешние условия меняются относительно медленно (характерные времена - несколько секунд). Решение этих задач облегчается различными Computer-aided engineering (CAE-системы) (например, GNU Octave) или языками программирования (например, - Python, Java, C, C++).

Вторая часть курса – построение и исследование моделей управления динамическими системами. Обычно на управление накладываются условия, например, минимальное время реакции системы, минимизация энергии и т.д. Например, возникла необходимость изменения, скорости вращения электропривода. Изменяем ток. При этом необходимо определить условия, при которых система управления будет устойчивой, определить продолжительность переходного процесса, рассчитать отклонения характеристик системы при переходном процессе и т.д.

Для решения задач обычно используются те или иные CAE-системы – MATLAB, Simulink, Scilab, Engeer, SimInTech и т.д. Причем две последние системы – это отечественное ПО. В рамках данного курса будем опираться на SimInTech.

Симинтек (SimInTech) – российская среда создания математических моделей, алгоритмов управления, интерфейсов управления и автоматической генерации кода для программируемых контроллеров. История данной среды началась в 90-х годах прошлого века в МВТУ. Это не компиляция западных аналогов, а прямой их конкурент - со своими корнями, оригинальными подходами и богатым послужным списком.

SimInTech — система автоматизированного проектирования логико-динамических систем, описываемых во входо-выходных отношениях, в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений и/или дифференциально-алгебраических уравнений, а также описываемых в виде расчётных («нодализационных») схем для специализированных решателей (расчётных кодов) термогидродинамических и электромеханических процессов.

Название SimInTech является сокращением от перевода на английский язык оригинального названия технологии программного комплекса «МВТУ» (Моделирование в Технических Устройствах, Simulation In Technic). SimInTech – это альтернатива таким программным продуктам как Matlab/Simulink

(MathWorks), Dymola (Dassault), AMESim (Siemens), SCADE (ANSYS), VisSim (Visual Solutions), SimulationX (ESI ITI GmbH), Simscape, Modelica, LabVIEW (National Instruments) и другим. SimInTech предназначена для детального исследования и анализа нестационарных процессов в ядерных и тепловых энергоустановках, в системах автоматического управления, в следящих приводах и роботах, и, вообще говоря, в любых технических системах, описание динамики которых может быть представлено в виде системы дифференциально-алгебраических уравнений и/или реализовано методами структурного моделирования. Основными направлениями использования SimInTech являются создание моделей, проектирование алгоритмов управления [2], их отладка на модели объекта, генерация исходного кода на языке Си для программируемых контроллеров.

Областями применения системы SimInTech являются:

- Проектирование автоматических регуляторов.
- Проектирование алгоритмов логико-дискретного и функционально-группового управления.
- Проектное расчетное обоснование алгоритмов автоматизированных систем управления технологическими процессами.
- Программно-инструментальное средство разработки и функционирования модели АСУ ТП в составе полномасштабной модели объекта управления.

Ссылки:

SimInTech: <https://simintech.ru/>

Engee: https://habr.com/ru/companies/etmc_exponenta/articles/854554/

Scilab: <https://kpolyakov.spb.ru/loadstat.php?f=/download/scibook.pdf>

2. Задачи моделирования систем управления (регулирования)

Моделирование систем управления (регулирования) обычно применяется при проектировании сложных технических систем, работающих в автоматическом режиме. Примерами таких систем являются различные системы автомобиля (например, система адаптивного круиз-контроля), робот-пылесос и т.д. Здесь принципиально, что мы заменяем реальную систему некоторой математической моделью системы. Модель, даже если она построена профессионально, не является аналогом технической системы. Модель воспроизводит с какой-то точностью только некоторые характерные особенности технической системы. Но модель позволяет исследовать реакцию системы на различные возмущающие воздействия. Тем самым обеспечивая возможность проектирования технической системы.

Для моделирования нужна математическая модель технической системы, модель реакции системы на возмущения, модель управления и т.д. Управление почти всегда связано с изменением состояния системы. В

реальных условиях, на управление всегда накладываются какие-то условия. Например, управление, которое обеспечивает минимальное время реакции системы на управляющий сигнал, управление, которое обеспечивает минимальное потребление энергии и т.д. Чаще всего требуется некоторое оптимальное решение.

Выделяют три основные задачи, которые необходимо решать при исследовании системы автоматического управления и регулирования:

- 1) определение условий, при которых система будет устойчивой;
- 2) продолжительность переходного процесса и нахождение отклонений выходных величин при переходных процессах;
- 3) определение ошибок системы при работе в установившемся режиме работы.

Три перечисленные задачи сводятся к обеспечению: устойчивости, качества и точности управления и регулирования.

Успешное решение этих задач, а, следовательно, успех при проектировании технической системы базируется на предварительных знаниях в области

- Проблемной ориентации системы;
- Методов построения и исследования математических моделей технических систем;
- Методов управления и оптимизации;
- И т.д.

3. Общая характеристика объектов и систем автоматического управления

Совокупность технических средств, выполняющих операции управления, является объектом управления. Совокупность средств управления и объекта образует систему управления. Частным случаем управления является регулирование. При регулировании координаты процесса (давление, температура, расход, положение и пр.) поддерживаются на заданном значении с помощью специальных устройств – автоматических регуляторов.

Объекты управления (регулирования) по своей физической природе весьма разнообразны, но принципы построения систем управления и методы их исследования одни и те же. Для наглядного схематического изображения системы автоматического управления (регулирования) используют структурные схемы, в которых отдельные элементы системы изображаются в виде прямоугольников, а связи между элементами – линиями со стрелками, показывающими направление передачи сигнала.

Обычно элемент системы характеризуется входной координатой (сигналом) $x(t)$ и выходной координатой $y(t)$, которая зависит от входного сигнала. В свою очередь входная координата может носить возмущающий и управляющий (регулирующий) характер. Возмущающее воздействие (возмущение) вызывает отклонение управляемой (регулируемой) координаты от заданного значения. Управляющее $u(t)$ (регулирующее) воздействие служит

для поддержания управляемой (регулируемой) координаты $y(t)$ в соответствии с некоторым законом управления (поддержания регулируемой координаты на заданном уровне).

Сигналы системы автоматического регулирования

Входные сигналы $x(t)$ системы автоматического регулирования и управления классифицируются:

- Непрерывные системы:
 - Сигналы являются непрерывными функциями времени $x(t)$;
 - Сигнал с гармонической модуляцией. Моделируют (изменяют) амплитуду. Частота $f = 1/T = \text{const}$;
 - Сигнал частотной модуляции. Амплитуда $A = \text{const}$.
- Дискретные системы:
 - Сигнал подается порциями с амплитудно-импульсной модуляцией (период и продолжительность сигнала постоянная);
 - Сигналы с широтно-импульсной модуляцией (период постоянный, продолжительность сигнала разная);
 - Сигналы с частотно-импульсной модуляцией (период переменный);
 - Сигналы релейных систем.

Автоматической системой регулирования по отклонению называют систему, в которой измеряется отклонение регулируемой величины от заданного значения и в зависимости от измеренного отклонения подается такое воздействие на регулирующий орган, которое уменьшает величину отклонения так, что $\Delta y \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Математическое моделирование - исследование системы с предварительно полученной моделью, выраженной в некоторой математической форме записи. Вместо реальных объектов рассматриваются их адекватные (тождественные) математические модели. Система автоматического управления (САУ) и регулирования (САР) – комплекс устройств, предназначенный для автоматического изменения одной или нескольких координат объекта управления для поддержания желаемого режима работы

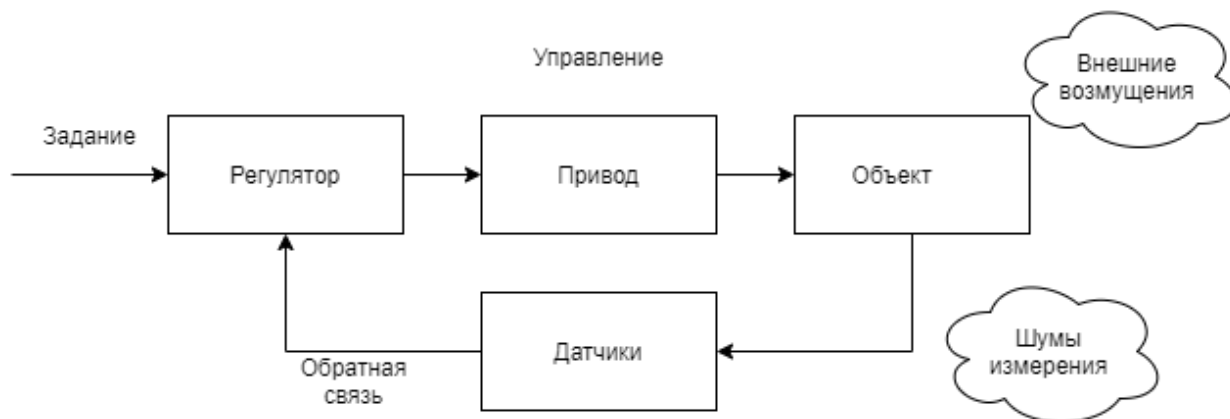


Рис. 1.1. Общий вид системы управления



Рис. 1.2. Общая схема регулятора с обратной связью

Например, в системе управления курсом автомашины

- объект управления – это автомашина; для управления курсом используется руль;
- регулятор – цифровая вычислительная машина;
- привод – рулевое устройство, которое усиливает управляющий электрический сигнал и преобразует его в поворот колес;
- датчики – измерительная система, определяющая фактический курс;
- внешние возмущения – это неровности дороги и ветер, отклоняющие автомобиль от заданного курса;
- шумы измерений – это ошибки датчиков.

Основное требование для систем автоматического управления и регулирования заключается в обеспечении заданного режима работы объекта. Устойчивая система та, которая работает по заданному режиму. Например, система движется по заданной траектории.

Регулятор определяет рассогласование. Может быть отрицательная и положительная обратная связь.

В какие-то моменты времени, из-за изменения возмущающего или задающего воздействий на систему нарушается установившийся режим работы системы. При восстановлении или смене состояний в системе возникают переходные процессы, которые влекут изменение выходных величин во времени.

Для расчета любой системы прежде всего необходимо составить математическое описание протекающих в ней физических процессов. До тех пор, пока величины, определяющие состояние системы, не изменяются во времени, система находится в равновесии. В теории автоматического управления и регулирования уравнениями статики называются соотношения, связывающие между собой входные и выходные величины при различных состояниях равновесия (устойчивости) системы. Само время изменяется всегда, но если время не влияет на величины (например, скорость есть, но она постоянная), то система находится в равновесии.

Уравнения статики системы имеют вид $F(X, Y) = 0$, где X – входная величина, Y – выходная. График, построенный по этому уравнению, является статической характеристикой. Когда статическая характеристика близка к

линейной, она может быть представлена уравнением прямой $Y = KX$, где K – коэффициент передачи. Если X и Y имеют одинаковую размерность, тогда K называют коэффициентом усиления.

Коррекция САР

Если оказалось, что САР неустойчива или ее показатели не отвечают требуемым, то процесс моделирования сводится к выбору корректирующих элементов. Если направление сигналов в корректирующем устройстве совпадает с направлением сигналов в охватываемых им элементах, то связь называется прямой. В противном случае – обратной. Коррекцию САР на основе прямых связей принято называть последовательной, а с использованием обратных связей – параллельной.

П-закон регулирования (пропорциональный). Связь сигнала рассогласования ΔX с сигналом X_1 определяется уравнением $X_1 = k_1 \cdot \Delta X$ где k_1 – передаточный коэффициент, или передаточной функцией $W_1(s) = k_1$. Пропорциональный закон регулирования обычно записывают в виде $W_P(s) = k_P$.

В качестве корректирующего элемента может быть принято идеальное дифференцирующее звено с передаточной функцией $W_K(s) = T_d \cdot s$, где T_d – постоянная времени дифференцирования, с. Закон регулирования $X_2 = T_d \cdot \frac{d\Delta X}{dt}$.

Закон регулирования, объединяющий два звена – пропорционально-дифференциальный (ПД-закон регулирования) $X_3 = k_P \cdot \Delta X + T_d \cdot \frac{d\Delta X}{dt}$.
Соответствующая передаточная функция -

$$W_{ПД}(s) = W_Э(s) = k_P + T_d \cdot s$$

В заключении данного раздела отметим, что для счастья необходимо:

- Владеть методами построения математических моделей исследуемых процессов и технических устройств (как частный случай, это Численные методы решения уравнений). В большинстве случаев удастся найти соответствующую модель в литературе;
- Владеть методами построения и исследования систем управления и регулирования (как частный случай, это Теория автоматического управления и SimInTech);
- Учитывая, что все мечтают быть богатыми и здоровыми, необходимо владеть математическими основами искусственного интеллекта.